ENSEMBLES DE REELS

Majorants d'une partie

Un réel M est majorant d'une partie A de $\mathbb{R}$ si : $\forall x \in A \quad x \leq M$.

Tout réel plus grand que M est aussi un majorant de A.

Si $M \in A$, alors M est le plus grand élément de A, noté $\text{Max}\, A$.

Borne supérieure

La borne supérieure de A est le plus petit des majorants de A (s'il existe) : $M = \text{Sup}\, A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in A \quad x \leq M \\ \forall \varepsilon > 0 \quad \exists x \in A \quad M - \varepsilon < x \leq M \end{cases}$

(M est majorant, mais, pour tout $\varepsilon > 0$, $M - \varepsilon$ n'est pas majorant)

Minorants d'une partie

Un réel m est majorant d'une partie A de $\mathbb{R}$ si : $\forall x \in A \quad x \geq m$.

Tout réel plus petit que m est aussi un minorant de A.

Si $m \in A$, alors m est le plus petit élément de A, noté $\text{Min}\, A$.

Borne inférieure

La borne inférieure de A est le plus grand des minorants de A (s'il existe) : $m = \text{Inf}\, A \Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in A \quad m \leq x \\ \forall \varepsilon > 0 \quad \exists x \in A \quad m \leq x < m + \varepsilon \end{cases}$

(m est minorant, mais, pour tout $\varepsilon > 0$, $m + \varepsilon$ n'est pas minorant)

Propriété fondamentale de l'ensemble des réels

Toute partie majorée non vide de $\mathbb{R}$ possède une borne supérieure.

Toute partie minorée non vide de $\mathbb{R}$ possède une borne inférieure.

Partie entière d'un réel

On appelle partie entière d'un réel x le plus grand <u>entier</u> inférieur ou égal à x.

<u>Notations</u> : $\text{Ent}(x)$ ou $\lfloor x \rfloor$.

<u>Propriété caractéristique</u> : $\forall x \in \mathbb{R} \quad \text{Ent}(x) \leq x < \text{Ent}(x) + 1$.

La fonction partie entière est une fonction en escalier croissante.